離散数学 ⑩

徳久雅人

グラフ理論
（集合による記述）

http://unicorn.ike.tottori-u.ac.jp/tokuhisa/
https://sslvpn.tottori-u.ac.jp/

2012.6/18

離散数学の教育目標

- 記号論理
  - 条件を書く
  - 推論する
- 集合論　データを書く，計算する
- グラフ理論　データの構造を書く，計算する

（シラバス）15週の計画

- 1～4週：　記号論理
- 5～9週：　集合論
- 10～14週：グラフ理論
- 15週：　補足

レポート

1. 小テストの修正（5月）
2. 小テストの修正（6月）
   – 来週，6月25日に両方とも提出せよ．
   – 補講：6月21日（木）3限目
   22番教室，自由参加

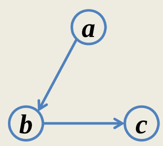
今日のゴール

- グラフの基本概念
- 集合による記述
  – 頂点集合，標識集合，辺集合
  – 2つまたは3つの集合の組
  – 端点の関数

10.1 グラフの基本概念

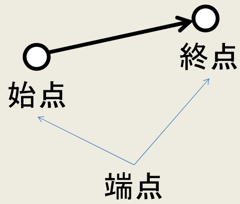
グラフとは

- 頂点と辺による表現
  – 頂点 = Vertex
  – 辺 = Edge
    - 有向辺 = 矢印，無向辺
    - 標識つき，標識なし



辺について

- 有向辺

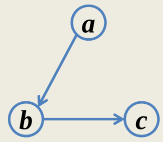


10.2 集合による記述

- 有向グラフ G は，(V, E)
  - V は，頂点集合
  - E は，辺集合

$E \subseteq V \times V$

始点　終点



無向グラフの場合

- 辺集合を，頂点集合の集合とすることがある．
- 辺集合を，2項組の集合とし，言葉で無向グラフと宣言することがある．

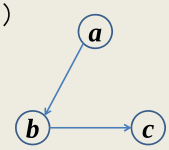
標識付きグラフの場合

- $G = (V, C, E)$
  - V は，頂点集合
  - C は，標識集合
  - E は，辺集合

$E \subseteq V \times V \times C$

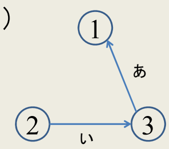
例題1

（1）



左のグラフをG_1とする．G_1を集合で定義しよう．

（2）



左のグラフをG_2とする．G_2を集合で定義しよう．

答え

（1）

$G_1 =$
$(\{a, b, c\}, \{(a, b), (b, c)\})$

（2）

$G_2 = (V_2, C_2, E_2)$
$V_2 = \{1, 2, 3\}$
$C_2 = \{$あ, い$\}$
$E_2 = \{(2, 3,$ い$), (3, 1,$ あ$)\}$

V, C, E のように集合に名前をつけて記述することもできる

答え

(2)の別解

$G_2 = (V_2, E_2)$

$V_2 = \{1, 2, 3\}$

$E_2 = \{$あ, い$\}$

ただし，辺の端点が不明確．
厳密には，端点の関数が必要．

10.3 n項組を使わない表記

- グラフGの頂点集合

  $V(G)$
- グラフGの辺集合

  $E(G)$

グラフの説明文を簡単化する際に利用

10.4 辺の端点

グラフを

$$G = (V, E, \partial)$$

とする．ここで Vを頂点集合，Eを辺集合，∂を端点の関数とする．

標識つきグラフなのに
標識無しグラフの集合
で記述した際の
補足的な記述

パーシャル，デル，ラウンド・ディー

∂ の詳細

無向グラフの場合

端点の集合を要素とする集合

$\partial: E \to \{X \subseteq V \mid |X| \le 2\}$

有向グラフの場合

$\partial: E \to V \times V$

有向グラフの始点と終点

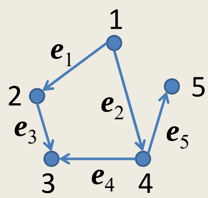
$G = (V, E, \partial^+, \partial^-)$

辺を指定すると始点を返す関数　終点を返す関数

$\partial^+ : E \to V$

$\partial^- : E \to V$

例題2



左のグラフGについて，始点を表す関数∂^+の関数表を作成しよう．なお，$V(G)=\{1,2,3,4,5\}$, $E(G)=\{e_1,e_2,e_3,e_4, e_5\}$である．

答え

$$\partial^{+} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3 & \boldsymbol{e}_4 & \boldsymbol{e}_5 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$