

離散数学 ⑨

徳久雅人

集合論 (順序関係と限度)

<http://unicorn.ike.tottori-u.ac.jp/tokuhisa/>
<https://sslvpn.tottori-u.ac.jp/>

2012.6/11

離散数学の教育目標

- 記号論理 } 条件を書く
推論する
- 集合論 データを書く, 計算する
- グラフ理論 データの構造を書く, 計算する

(シラバス) 15週の計画

- 1~4週: 記号論理
- 5~9週: 集合論
- 10~14週: グラフ理論
- 15週: 補足

板書よりパワポが好きな人へ

- RENANDIIには, パワポのファイル(pdfでない)を置いています. 必携パソコンをこの授業に持参し, 自分でパワポのページを捲って下さい.

今日のゴール

- 上界・下界
- 最大・最小
- 極大・極小
- 上限・下限

9.1 上界・下界

順序集合 (X, R) , $U \subseteq X$, $U \neq \{\}$ にて

U の上界 (upper bound)

$$= \{x \in X \mid \forall y \in U (y \leq_R x)\}$$

U の下限 (lower bound)

$$= \{x \in X \mid \forall y \in U (x \leq_R y)\}$$

9.2 最大・最小

順序集合 (X, R) , $U \subseteq X$, $U \neq \{\}$ にて

U の最大元 (maximum)

$$= \{x \in U \mid \forall y \in U (y \leq_R x)\}$$

U の最小元 (minimum)

$$= \{x \in U \mid \forall y \in U (x \leq_R y)\}$$

9.3 極大・極小

順序集合 (X, R) , $U \subseteq X$, $U \neq \{\}$ にて

U の極大元 (maximal)

$$= \{x \in U \mid \forall y \in X (x \leq_R y \wedge x \neq y \rightarrow y \notin U)\}$$

U の最小元 (minimal)

$$= \{x \in U \mid \forall y \in X (y \leq_R x \wedge x \neq y \rightarrow y \notin U)\}$$

9.4 上限・下限

順序集合 (X, R) , $U \subseteq X$, $U \neq \{\}$ にて

U の上限 (supremum)

= U の上界の最小元

U の下限 (infimum)

= U の下界の最大元

例題 1



このハッセ図において,
 $U = \{\text{部長1}, \text{社員1}, \text{社員2}\}$
とする.
 U の上界・下界, 最大元・
最小元, 極大元・極小元,
上限・下限をそれぞれ示せ.

答え

U の上界 = $\{\text{社長}, \text{部長1}\}$

U の下界 = $\{\text{見習い}\}$

U の最大元 = $\{\text{部長1}\}$

U の最小元 = $\{\}$

U の極大元 = $\{\text{部長1}\}$

U の極小元 = $\{\text{社員1}, \text{社員2}\}$

U の上限 = $\{\text{部長1}\}$

U の下限 = $\{\text{見習い}\}$

U の中で,
社員1より小さいモノが無い,
社員2より小さいモノが無い.