離散数学・中テスト（2012.7/30）　学籍番号：　氏名：

1. 真理値表を見て，命題論理式を作りなさい．

A	*B*	式 1	式 2	式 3	式 4
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

式 1 ⇔

式 2 ⇔

式 3 ⇔

式 4 ⇔

A	*B*	*C*	式 5	式 6	式 7
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

式 5 ⇔

式 6 ⇔

式 7 ⇔

2. 集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とする．命題関数 $L(x, y) =$ “x は y 以下である” に関して次の問に答えなさい．

(1) 下記の集合 A の要素を具体的に列挙せよ．

$$A = \{\, x \in X \mid \forall y \in X\ L(x, y) \,\}$$
$$=$$

(2) 下記の関係 R の要素を具体的に列挙せよ．

$$R = \{\, (x, y) \in X \times X \mid L(x,y) \,\}$$
$$=$$

(3) (2)の R を関係行列 M_R で表現せよ．なお，関係行列の i 行 j 列目の要素は，$(i, j) \in R$ ならば 1 であり，$(i, j) \notin R$ ならば 0 とする．

$$M_R = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccccc} \ & \ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ & \ \end{array} \right) \end{array}$$

(4) (2)の R は，全順序関係である．ハッセ図を描きなさい．

3. 単位判定の式を考えよう．集合 N を学生名の集合とする．集合 S は得点の集合であり，0 以上 100 以下の整数の集合とする．

(1) 学生名から得点への関数 f を表すものを全て答えよ．

ア… $f : N \times S$　　イ… $f : N \to S$　　ウ… $y = f(x),\ y \in S,\ x \in N$

エ… $f : y \longmapsto x,\ \ y \in S,\ x \in N$　　オ… $N \xrightarrow{f} S$

(2) 関数 f は,「全射」,「単射」,「全単射」,「いずれでもない」のうちどれか？

(3) 単位ラベルとして「○, △, ×」があり, 単位ラベルの集合を L とする. 得点が 80 点以上ならば「○」，60 点以上 80 点未満ならば「△」，60 点未満ならば「×」となるものとする. 得点から単位ラベルへの関数 g を, (1)にならい, 形式的に表せ.

(4) 関数 g は,「全射」,「単射」,「全単射」,「いずれでもない」のうちどれか？

(5) 学生名から単位ラベルへの関数を，f と g の合成関数で表せ. なお，x を学生名，y を単位ラベルとせよ.

(6) 単位ラベルが「○」の学生名の集合 G について, 内包的定義を示せ.

$G =$

(7) 単位ラベルで学生名を３つのグループに分ける．関係 $E \subseteq N \times N$ は，同じグループになる学生名を表す関係である．たとえば，α 者と β 者と χ 者が「○」を取得し，δ 者と ε 者が「△」を取得したとすると，E={(α 者, α 者), (α 者, β 者), (α 者, χ 者), (β 者, α 者), (β 者, β 者), (β 者, χ 者), (χ 者, α 者), (χ 者, β 者), (χ 者, χ 者), (δ 者, δ 者), (δ 者, ε 者), (ε 者, δ 者), (ε 者, ε 者)}である．E の内包的定義を示せ．

$E =$

(8) 反射性, 対称性, 反・対称性, 推移性, 比較可能性について, (7)で定義した E が満たすものを全て述べよ.

(9) 単位ラベルが「○」の者 a は「△」や「×」の者 b より上,「△」の者 a は「×」の者 b より上ということを (b, a) とし, この関係を $W \subseteq N \times N$ とする．W の内包的定義を示せ.

$W =$

(10) 反射性, 対称性, 反・対称性, 推移性, 比較可能性について, (9)で定義した W が満たすものを全て述べよ.

4. グラフの演算を行い，その結果をグラフで描きなさい.

(1) $(\{1,2,3\}, \{(1,2),(2,3)\}) \cap (\{1,2,3\},\{(1,3),(2,3)\})$

(2) $(\{1,2,3\}, \{\{1,2\},\{2\},\{2,3\}\}) \cup (\{1,2,3,4\},\{\{1,2\},\{2,4\},\{3,4\}\})$

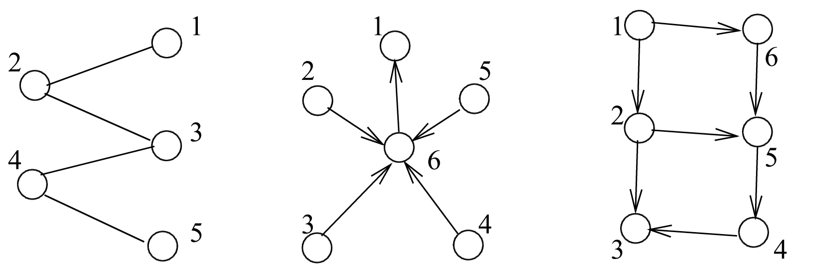
(3) $(\{1,2,3,4\}, \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1),(4,2)\}) \mid \{2,3,4\}$
　※ $(V, E) \mid V' = (V', E \cap (V' \times V'))$

5. ２部グラフ (V_1, V_2, E) に関して，各問に答えなさい.

(1) 2部グラフの説明文が成立するように，空欄に集合演算の式を記入しなさい.

> 2部グラフの頂点集合は，$\boxed{}$ である．V_1 と V_2 は互いに素なので，$\boxed{}$ = { } となる．辺については，端点の一方が V_1 の頂点でありもう一方が V_2 の頂点なので，有向グラフならば，$E \subseteq \boxed{}$ となる.

(2) 次のグラフのうち2部グラフではないものに×印を入れなさい．2部グラフの場合，V_1 と V_2 を示しなさい.



(3) V_1 = { 1, 2, 3 }, V_2 = { 4, 5, 6, 7 }, E = {(1,4), (1,5), (2, 7), (3, 4), (5, 2), (6, 3), (7, 2) } である2部グラフを描きなさい.

(4) V_1 = { 1, 2, 3, 4 }, V_2 = { 5, 6, 7, 8 }, E = { {1,6}, {2,5}, {2,7}, {2,8}, {3,6}, {4,7} }) である2部グラフを描きなさい.

(5) 人物の集合 V_1 = {a, b, c, d, e}, コース料理の集合 V_2={牛, 豚, 鶏, 魚, 野菜} がある．a は牛肉コースまたは鶏肉コースを希望し，b は魚コースまたは野菜コースを希望し，c は鶏肉コースまたは魚コースを希望し，d は牛肉コース，豚肉コース，または，野菜コースを希望し，そして e は野菜コースを希望している.

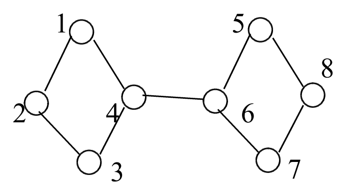
人物と料理の対応を，2部グラフ（無向グラフ）を描きなさい.

次に，集合の形式でグラフを記述しなさい.

あいにく，各コースとも1人ぶんしか残っていない．できるだけ多くの人物が希望通りとなるには，人物と料理をどのように対応させるべきか？2部グラフの辺集合の部分集合として答えなさい.

6. 以下に示す連結なグラフから，頂点だけあるいは辺だけを削除して非連結にしたい．最小の削除数となるような頂点や辺をそれぞれ答えなさい.

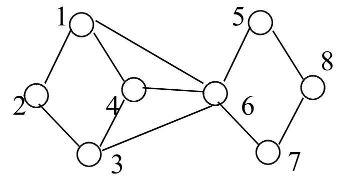
(1)



頂点=

辺=

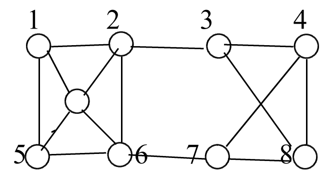
(2)



頂点=

辺=

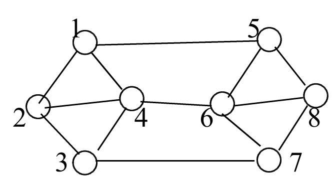
(3)



頂点=

辺=

(4)



頂点=

辺=