離散数学・中テスト（2012.7/23）

学籍番号：　　氏名：

1. 命題論理式 $(A \to B) \vee (A \to C)$ について各問に答えなさい.

(1) 真理値表を作りなさい.

(2) $A \to (B \vee C)$ と同値であることを証明せよ.

2. 1 つの集合 X, 2 つの命題関数 $P(x)$, $Q(x, y)$ を以下のとおりとするとき，各問に答えなさい.

$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$P(x) =$ “ x は偶数である”

$Q(x, y) =$ “ $x + y$ は偶数である”

2-1 次の述語論理式の真偽を答えなさい.

(1) $\forall x\{ P(x) \to Q(x, x) \}$

(2) $\forall x \forall y\{ P(x) \to Q(x, y) \}$

(3) $\forall x \exists y\{ P(x) \to Q(x, y) \}$

(4) $\exists x \forall y\{ P(x) \to Q(x, y) \}$

(5) $\forall y \exists x\{ P(x) \to Q(x, y) \}$

2-2 集合 $Y = \{x \in X \mid y = x/3, Q(x, y) \}$ とする.

(1) Y の要素を列挙せよ.

$Y =$

(2) $\sum_{y \in Y} (y + 1) =$

3. 知識を測る実験を想定しよう.

被験者に 10 問提示し，被験者は「分からない」,「 Yes 」,「 No 」を答えることにする．3 人の被験者の成績を次の 2 つの評価式（a）および（b）で決めることにする.

$P(A, Oi) = | A \cap Oi | / | Oi |$ .....(a)

$R(A, Oi) = | A \cap Oi | / | A |$ .....(b)

$A, Oi \subseteq N \times M$

i は被験者の番号

$N = [1, 10]$　　※ 1 以上 10 以下の数の集合. 問題番号.

$M = \{ \text{Yes, No} \}$

ここで，10 問の問題の正解は次のとおりとする. $|A|=10$ である.

$A = \{$ (1,Yes), (2,Yes), (3,No), (4,Yes), (5,No), (6,No), (7,Yes), (8,No), (9,Yes), (10,No) $\}$

被験者1の回答は次のとおりとする.

$O_1 = \{$ (1,Yes), (2,No), (3,Yes), (4,No), (7,Yes), (8,No) $\}$

ここで，被験者1は，6つの問に答えて$|O_1| = 6$ である．5問目，6問目，9問目，10 問目は「分からない」という．各問に答えなさい.

(1) $A \cap O_1 =$

(2) $| A \cap O_1 | =$

(3) $P(A, O_1) =$

(4) $R(A, O_1) =$

(5) 被験者2は，奇数番目に Yes と答え，偶数番目に No と答えたとする. 被験者2を評価せよ.

$O_2 =$

$P(A, O_2) =$

$R(A, O_2) =$

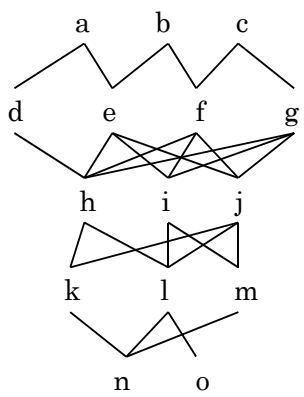
(6) 被験者3は，1問目から7問目まで，各問に「 Yes 」と「 No 」の両方を答えたとする．被験者3を評価せよ.

$O_3 =$

$P(A, O_3) =$

$R(A, O_3) =$

4. 次のハッセ図をみて答えなさい.



全体集合 $X= \{ a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o \}$，半順序関係 $R \subseteq X^2$，$U=\{h, i, j\}$ とする.

（定義）

U の上界$=\{x \in X \mid \forall y \in U(y \leq_R x)\}$

U の最大元$=\{x \in U \mid \forall y \in U(y \leq_R x)\}$

U の極大元

$=\{x \in U \mid \forall y \in X(x \leq_R y \wedge x \neq y \to y \notin U)\}$

U の上限$=U$ の上界の最小元

(1) U の上界=

(2) U の下界=

(3) U の最大元=

(4) U の最小元=

(5) U の極大元=

(6) U の極小現=

(7) U の上限=

(8) U の下限=

(9) $V=\{i, j, l, m, n, o\}$ とし，$S=R \cap V^2$ とする．S の関係行列 Ms を示せ.

（ヒント）$(n, l) \in S$ だが，$(l, n) \in S$ ではない.