

1 次の2つの論理式が同値であることを、真理値表を作成することで確認しよう。

$P \rightarrow F$ と $\neg P$

P	$P \rightarrow F$	$\neg P$
F	T	T
T	F	F

2 真理値表を用いて、次に示す式を証明しよう。

(1) 分配律 $(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \vee (Q \wedge R)$	$P \vee Q$	$P \vee R$	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$
F	F	F	F	F	F	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T	F	T
F	T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T

(2) 吸収律 $P \vee (P \wedge Q) \leftrightarrow P$

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee (P \wedge Q)$	$P \vee (P \wedge Q) \leftrightarrow P$
F	F	F	F	T
F	T	F	F	T
T	F	F	T	T
T	T	T	T	T

3 同値変形により、連言標準形および選言標準形を求めよう。(時間があれば真理値表を作成して確認)

(1) $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow A)$

$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee A)$
 $\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg C)$... 連言標準形
 $\Leftrightarrow \{\neg A \wedge (A \vee \neg C)\} \vee \{B \wedge (A \vee \neg C)\}$
 $\Leftrightarrow \{(\neg A \wedge A) \vee (\neg A \wedge \neg C)\} \vee \{(B \wedge A) \vee (B \wedge \neg C)\}$
 $\Leftrightarrow \{F \vee (\neg A \wedge \neg C)\} \vee \{(A \wedge B) \vee (B \wedge \neg C)\}$
 $\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge B) \vee (B \wedge \neg C)$... 選言標準形

(2) $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow \neg Q)$

$\Leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow \neg Q)$
 $\Leftrightarrow \neg((\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)) \vee \neg((P \wedge R) \vee \neg Q)$
 $\Leftrightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P)) \vee ((\neg P \vee \neg R) \vee \neg Q)$
 $\Leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)) \vee \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$
 $\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$
 $\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$
 $\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$... 両方の標準形