

知能情報工学演習1・離散数学・第2回レポート・解答

2010.6. B09T20xxx 鳥大太郎

問 1

(1) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$ の選言標準形と連言標準形を示せ.

$$\begin{aligned} &= \neg(\neg P \vee (\neg Q \vee R)) \vee S \\ &= (P \wedge \neg(\neg Q \vee R)) \vee S \\ &= (P \wedge (Q \wedge \neg R)) \vee S \\ &= (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee S \dots \text{選言標準形} \\ &= (P \vee S) \wedge (Q \vee S) \wedge (\neg R \vee S) \dots \text{連言標準形} \end{aligned}$$

(2) $((P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (S \rightarrow R)) \rightarrow (S \rightarrow Q)$ を簡単にせよ.

$$\begin{aligned} &((P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (S \rightarrow R)) \rightarrow (S \rightarrow Q) \\ &= \neg((\neg P \vee (Q \vee R)) \wedge (\neg S \vee R)) \vee (\neg S \vee Q) \\ &= (\neg(\neg P \vee (Q \vee R)) \vee \neg(\neg S \vee R)) \vee (\neg S \vee Q) \\ &= ((P \wedge \neg(Q \vee R)) \vee (S \wedge \neg R)) \vee (\neg S \vee Q) \\ &= ((P \wedge (\neg Q \wedge \neg R)) \vee (S \wedge \neg R)) \vee (\neg S \vee Q) \\ &= (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (S \wedge \neg R) \vee \neg S \vee Q \\ &= ((P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee Q) \vee ((S \wedge \neg R) \vee \neg S) \vee \neg S \vee Q \\ &= (((P \wedge \neg R) \vee Q) \wedge (\neg Q \vee Q)) \vee ((S \vee \neg S) \wedge (\neg R \vee \neg S)) \vee \neg S \vee Q \\ &= ((P \wedge \neg R) \vee Q) \vee (\neg R \vee \neg S) \vee \neg S \vee Q \\ &= ((P \wedge \neg R) \vee Q) \vee \neg R \vee \neg S \vee Q \\ &= (P \wedge \neg R) \vee \neg R \vee \neg S \vee Q \\ &= Q \vee \neg R \vee \neg S \quad (\because (A \wedge B) \vee B \Leftrightarrow B) \dots \text{連言標準形, 選言標準形} \end{aligned}$$

問 2

意味の木を用いて、恒真、恒真ではないが充足可能、恒偽(充足不能)を判定せよ.

$$(1) P \wedge Q \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$$

$$\begin{aligned} & P \wedge Q \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S) \wedge (\neg R \vee \neg S) \\ &= P \wedge Q \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \mathbf{T} \wedge Q \wedge (\mathbf{F} \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S) & \mathbf{F} \\ &= Q \wedge R \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \mathbf{T} \wedge R \wedge (\mathbf{F} \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S) & \mathbf{F} \\ &= R \wedge S \wedge (\neg R \vee \neg S) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \mathbf{T} \wedge S \wedge (\mathbf{F} \vee \neg S) & \mathbf{F} \\ &= S \wedge \neg S \end{aligned}$$



ゆえに、与式は充足不能(恒偽)

$$(2) ((P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S))$$

$$\begin{aligned} & ((P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S)) \\ &= \neg((\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)) \vee (\neg(P \wedge Q) \vee (R \wedge S)) \\ &= (\neg(\neg P \vee R) \vee \neg(\neg Q \vee S)) \vee ((\neg P \vee \neg Q) \vee (R \wedge S)) \\ &= ((P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg S)) \vee (\neg P \vee \neg Q \vee (R \wedge S)) \\ &= (P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg S) \vee \neg P \vee \neg Q \vee (R \wedge S) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (\mathbf{T} \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg S) \vee \mathbf{F} \vee \neg Q \vee (R \wedge S) & (\mathbf{F} \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg S) \vee \mathbf{T} \vee \neg Q \vee (R \wedge S) \\ &= \neg R \vee (Q \wedge \neg S) \vee \neg Q \vee (R \wedge S) & = \mathbf{T} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \neg R \vee (\mathbf{T} \wedge \neg S) \vee \mathbf{F} \vee (R \wedge S) & \mathbf{T} \\ &= \neg R \vee \neg S \vee (R \wedge S) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \mathbf{F} \vee \neg S \vee (\mathbf{T} \wedge S) & \mathbf{T} \\ &= \neg S \vee S \\ &= \mathbf{T} \end{aligned}$$

ゆえに与式は、恒真である。