知能情報工学演習１・離散数学・第２回レポート・解答

2010.6. B09T20xxx 鳥大太郎

問 1

(1) $(P \to (Q \to R)) \to S$ の選言標準形と連言標準形を示せ.

$= \neg(\neg P \lor (\neg Q \lor R)) \lor S$

$= (P \land \neg(\neg Q \lor R)) \lor S$

$= (P \land (Q \land \neg R)) \lor S$

$= (P \land Q \land \neg R) \lor S$ ... 選言標準形

$= (P \lor S) \land (Q \lor S) \land (\neg R \lor S)$ ... 連言標準形

(2) $((P \to (Q \lor R)) \land (S \to R)) \to (S \to Q)$ を簡単にせよ.

$((P \to (Q \lor R)) \land (S \to R)) \to (S \to Q)$

$= \neg((\neg P \lor (Q \lor R)) \land (\neg S \lor R)) \lor (\neg S \lor Q)$

$= (\neg(\neg P \lor (Q \lor R)) \lor \neg(\neg S \lor R)) \lor (\neg S \lor Q)$

$= ((P \land \neg(Q \lor R)) \lor (S \land \neg R)) \lor (\neg S \lor Q)$

$= ((P \land (\neg Q \land \neg R)) \lor (S \land \neg R)) \lor (\neg S \lor Q)$

$= (P \land \neg Q \land \neg R) \lor (S \land \neg R) \lor \neg S \lor Q$

$= ((P \land \neg Q \land \neg R) \lor Q) \lor ((S \land \neg R) \lor \neg S) \lor \neg S \lor Q$

$= (((P \land \neg R) \lor Q) \land (\neg Q \lor Q)) \lor ((S \lor \neg S) \land (\neg R \lor \neg S)) \lor \neg S \lor Q$

$= ((P \land \neg R) \lor Q) \lor (\neg R \lor \neg S) \lor \neg S \lor Q$

$= ((P \land \neg R) \lor Q) \lor \neg R \lor \neg S \lor Q$

$= (P \land \neg R) \lor \neg R \lor \neg S \lor Q$

$= Q \lor \neg R \lor \neg S \qquad (\because (A \land B) \lor B \Leftrightarrow B)$ ... 連言標準形, 選言標準形

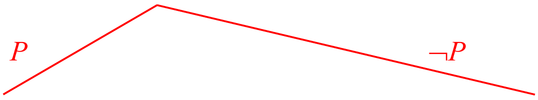
問 2

意味の木を用いて，恒真，恒真ではないが充足可能，恒偽（充足不能）を判定せよ．

(1) $P \wedge Q \wedge (P \to R) \wedge (Q \to S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$

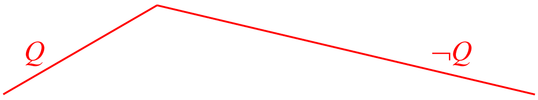
$P \wedge Q \wedge (P \to R) \wedge (Q \to S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$

$= P \wedge Q \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$



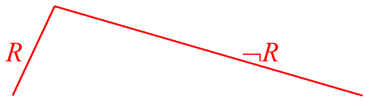
$\mathbf{T} \wedge Q \wedge (\mathbf{F} \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$ $\qquad$ $\mathbf{F}$

$= Q \wedge R \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$



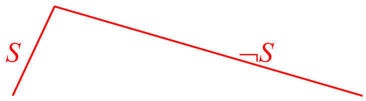
$\mathbf{T} \wedge R \wedge (\mathbf{F} \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S)$ $\qquad$ $\mathbf{F}$

$= R \wedge S \wedge (\neg R \vee \neg S)$



$\mathbf{T} \wedge S \wedge (\mathbf{F} \vee \neg S)$ $\qquad$ $\mathbf{F}$

$= S \wedge \neg S$



$\mathbf{F}$ $\qquad$ $\mathbf{F}$

ゆえに，与式は充足不能（恒偽）

(2) $((P \to R) \land (Q \to S)) \to ((P \land Q) \to (R \land S))$

$((P \to R) \land (Q \to S)) \to ((P \land Q) \to (R \land S))$
$= \neg((\neg P \lor R) \land (\neg Q \lor S)) \lor (\neg(P \land Q) \lor (R \land S))$
$= (\neg(\neg P \lor R) \lor \neg(\neg Q \lor S)) \lor ((\neg P \lor \neg Q) \lor (R \land S))$
$= ((P \land \neg R) \lor (Q \land \neg S)) \lor (\neg P \lor \neg Q \lor (R \land S))$
$= (P \land \neg R) \lor (Q \land \neg S) \lor \neg P \lor \neg Q \lor (R \land S)$

P $\qquad\qquad$ $\neg P$

$(\mathbf{T} \land \neg R) \lor (Q \land \neg S) \lor \mathbf{F} \lor \neg Q \lor (R \land S)$
$= \neg R \lor (Q \land \neg S) \lor \neg Q \lor (R \land S)$

$(\mathbf{F} \land \neg R) \lor (Q \land \neg S) \lor \mathbf{T} \lor \neg Q \lor (R \land S)$
$= \mathbf{T}$

Q $\qquad\qquad$ $\neg Q$

$\neg R \lor (\mathbf{T} \land \neg S) \lor \mathbf{F} \lor (R \land S)$
$= \neg R \lor \neg S \lor (R \land S)$

$\mathbf{T}$

R $\qquad\qquad$ $\neg R$

$\mathbf{F} \lor \neg S \lor (\mathbf{T} \land S)$
$= \neg S \lor S$
$= \mathbf{T}$

$\mathbf{T}$

ゆえに与式は，恒真である.