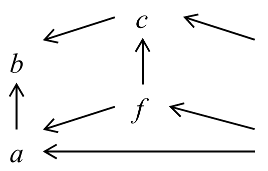
知能情報工学演習１・離散数学・第１回レポート・解答

2010.6. B09T20xxx 鳥大太郎

問 1

全体集合 $X = \{ a, b, c, d, e, f \}$ とする．順序関係を下図のようにする．



(1) X の極大元，極小元，最大元，最小元を示せ．

(2) $A = \{ c, d, f \}$ とする． A の上界，下界，上限，下限を示せ．

【解】

(1) X の極大元 $= \{ b \}$　X の極小元 $= \{ e \}$　X の最大元 $= \{ b \}$　X の最小元 $= \{ e \}$

(2) A の上界 $= \{ b, c \}$　A の下界 $= \{ e \}$　A の上限 $= \{ c \}$　A の下限 $= \{ e \}$

問 2

次の等式を証明せよ．

(1) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

(2) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

【解】

(1) (左辺) $= A \cap (B \cup C)^c$

$= A \cap (B^c \cap C^c)$

$= (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c)$

$= (A - B) \cap (A - C)$

$=$ (右辺)

ゆえに，与えられた等式は成り立つ．

(2) (左辺) $= A \cap (B \cap C)^c$

$= A \cap (B^c \cup C^c)$

$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$

$= (A - B) \cup (A - C)$

$=$ (右辺)

ゆえに，与えられた等式は成り立つ

問 3

科目 P, Q, R がある． R を受けるには，P または Q を受けることと決まっている．あるクラスは 85 人である． Q を受けている人は 41 人，R を受けている人は 38 人，P と Q 両方を受けている人は 19 人，P と R 両方を受けている人は 31 人である．男子は 46 人である．男子のうち，Q を受けている人は 29 人，P と Q を受けている人は 10 人，P を受けている人は R も受けている．女子のうち，P を受けている人は 30 人，R を受けている人は 13 人，Q と R 両方を受けている人は 0 人である．次の問いに答えよ．

(1) P を受けているが Q と R を受けていない女子は何人か？

(2) P, Q, R を全く受けていない人は何人か？

(3) Q を受けているが，R を受けていないのは何人か？

【解】

P, Q, R を科目受講者の集合とする．M を男子の集合とする．F を女子の集合とする．

題意より次のことが言える．

$R \subseteq P \cup Q$

$|M \cup F| = 85$

$|Q| = 41$

$|R| = 38$

$|P \cap Q| = 19$

$|P \cap R| = 31$

$|M| = 46$

$|M \cap Q| = 29$

$|M \cap P \cap Q| = 10$

$|M \cap P \cap R| = |M \cap P|$

$|F \cap P| = 30$

$|F \cap R| = 13$

$|F \cap Q \cap R| = 0$

(1) 題意は次の式で表される．

$|F \cap P \cap Q^c \cap R^c| = |F \cap P| - |F \cap P \cap Q| - |F \cap P \cap R| + |F \cap P \cap Q \cap R|$ --①

ここで，次のことが言える．

$|F \cap P \cap Q| = |P \cap Q| - |M \cap P \cap Q| = 19 - 10 = 9$ である(男女の数より)．

$|F \cap Q \cap R| = 0$ かつ $R \subseteq P \cup Q$ なので，$R \subseteq P$ であるため，$|F \cap P \cap R| = |F \cap R|$ $= 13$ である．

$|F \cap Q \cap R| = 0$ なので，$|F \cap P \cap Q \cap R| = 0$ である．

ゆえに，① $= 30 - 9 - 13 + 0 = 8$

<u>答え 8 人</u>

(2) 題意は次の式で表される．

$|P^c \cap Q^c \cap R^c| = |(P \cup Q \cup R)^c| = |M \cup F| - |P \cup Q \cup R|$ ---②

ここで，$R \subseteq P \cup Q$ なので，

$|P \cup Q \cup R| = |P \cup Q| = |P| + |Q| - |P \cap Q| = |P| + 41 - 19$ ---③

となる．ここで，$|P|$ は，

$|P| = |M \cap P| + |F \cap P| = |M \cap P \cap R| + 30 = (|P \cap R| - |F \cap P \cap R|) + 30$

$= (31 - 13) + 30 = 48$

なので，③ $= 48 + 41 - 19 = 70$

ゆえに，② $= 85 - 70 = 15$

<u>答え 15 人</u>

(3) 題意は次の式で表される．

$|Q \cap R^c| = |Q| - |Q \cap R| = 41 - |Q \cap R|$ ---④

ここで，

$|Q \cap R| = |M \cap Q \cap R|$ ($\because$ $|F \cap Q \cap R| = 0$)

ここで，$R \subseteq P \cup Q$ なので，

$|M \cap R| = |M \cap P \cap R| + |M \cap Q \cap R| - |M \cap P \cap Q \cap R|$

$25 = 18 + |M \cap Q \cap R| - 10$

($\because$ $|M \cap R| = |R| - |F \cap R| = 38 - 13 = 25$)

($\because$ $|M \cap P \cap R| = |M \cap P| = |P| - |F \cap P| = 48 - 30 = 18$)

($\because$ $|M \cap P \cap R| = |M \cap P|$ なので $|M \cap P \cap Q \cap R| = |M \cap P \cap Q| = 10$)

$|M \cap Q \cap R| = 17$

ゆえに，④ $= 41 - |Q \cap R| = 41 - |M \cap Q \cap R| = 41 - 17 = 24$

<u>答え 24 人</u>